AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

Mechanika i wytrzymałość materiałów

IB - Wykład Nr 3

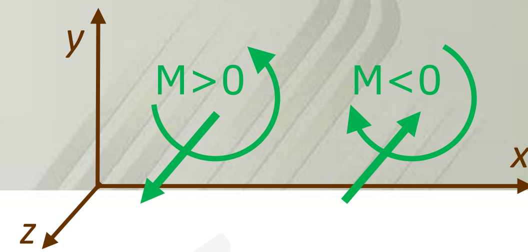
Statyka: płaski i przestrzenny układ sił

równowaga płaskiego układu sił, przestrzenny układ sił – redukcja, warunki równowagi

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki
Katedra Wytrzymałości, Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji

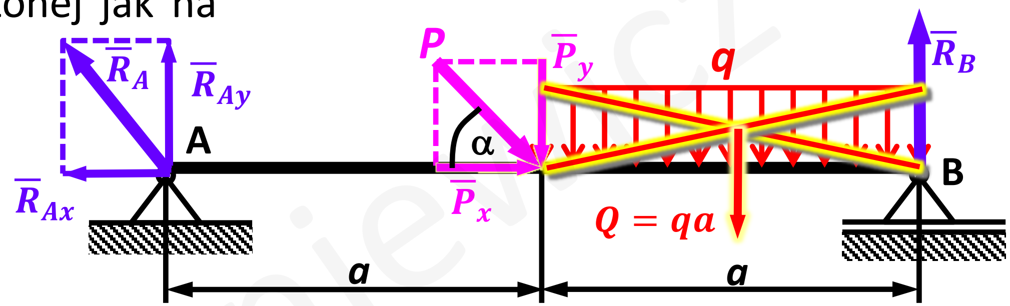
Dr hab. inż. Tomasz Machniewicz

3.1. Równowaga płaskiego układu sił



Przykład 3.1:

Obliczyć reakcje w podporach belki obciążonej jak na rysunku.



<u>Dane:</u>
q, a, $P=qa$
$\alpha = 30°$

<u>Szukane:</u>
R_A, R_B

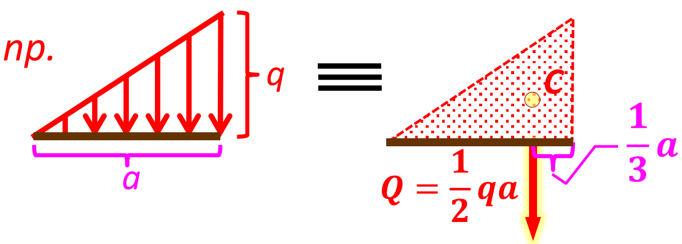
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0 \quad \Rightarrow \quad -R_{Ax} + P_x = 0 & (1) \\ \sum_{i=1}^{n} P_{iy} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Ay} - P_y - \underbrace{qa}_{=Q} + R_B = 0 & (2) \\ \sum_{i=1}^{n} M_{iA} = 0 \quad \Rightarrow \quad -P_y a - \underbrace{qa}_{=Q} \frac{3}{2} a + R_B \cdot 2a = 0 & (3) \end{cases}$$

$$P_y = P \cdot \sin\alpha = qa \cdot \sin\alpha \quad (4)$$

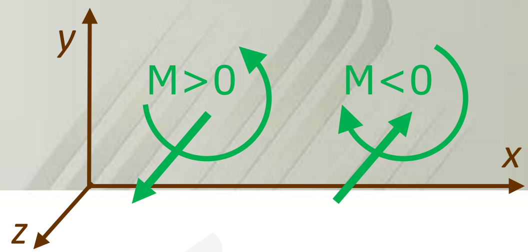
$$P_x = P \cdot \cos\alpha = qa \cdot \cos\alpha \quad (5)$$

Obciążenie ciągłe zastępujemy siłą skupioną przyłożoną pod „środkiem ciężkości" obciążenia ciągłego, równą całkowitej wartości tego obciążenia

np.

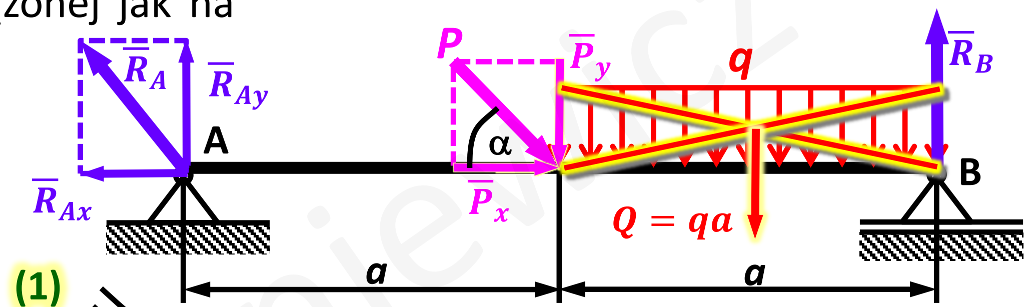


3.1. Równowaga płaskiego układu sił



Przykład 3.1:

Obliczyć reakcje w podporach belki obciążonej jak na rysunku.



Dane:
q, a, $P=qa$
$\alpha = 30°$

Szukane:
R_A, R_B

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0 \quad \Rightarrow \quad -R_{Ax} + P_x = 0 \qquad (1) \\ \sum_{i=1}^{n} P_{iy} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Ay} - P_y - \overset{Q}{qa} + R_B = 0 \qquad (2) \\ \sum_{i=1}^{n} M_{iA} = 0 \quad \Rightarrow \quad -P_y a - \overset{Q}{qa}\,\frac{3}{2}a + R_B \cdot 2a = 0 \qquad (3) \end{cases}$$

$$R_{Ax} = P_x = qa \cdot \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}qa$$

$$P_y = P \cdot \sin\alpha = qa \cdot \sin\alpha \quad (4) \qquad P_x = P \cdot \cos\alpha = qa \cdot \cos\alpha \quad (5)$$

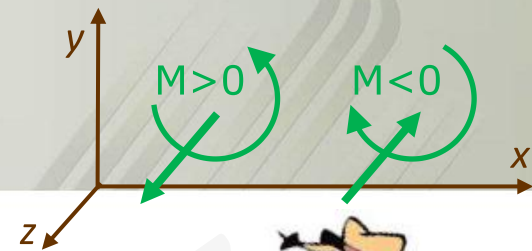
(3), (4) $\Rightarrow$

$$R_B = \frac{1}{2a}\left(qa \cdot \sin\alpha \cdot a + \frac{3}{2}a \cdot qa\right) = \frac{1}{2a}\left(\frac{1}{2}qa^2 + \frac{3}{2}qa^2\right) = qa$$

(2), (4)

$$R_{Ay} = qa \cdot \sin\alpha + qa - R_B = \frac{1}{2}qa$$

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ax}^2} = qa\sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = qa$$

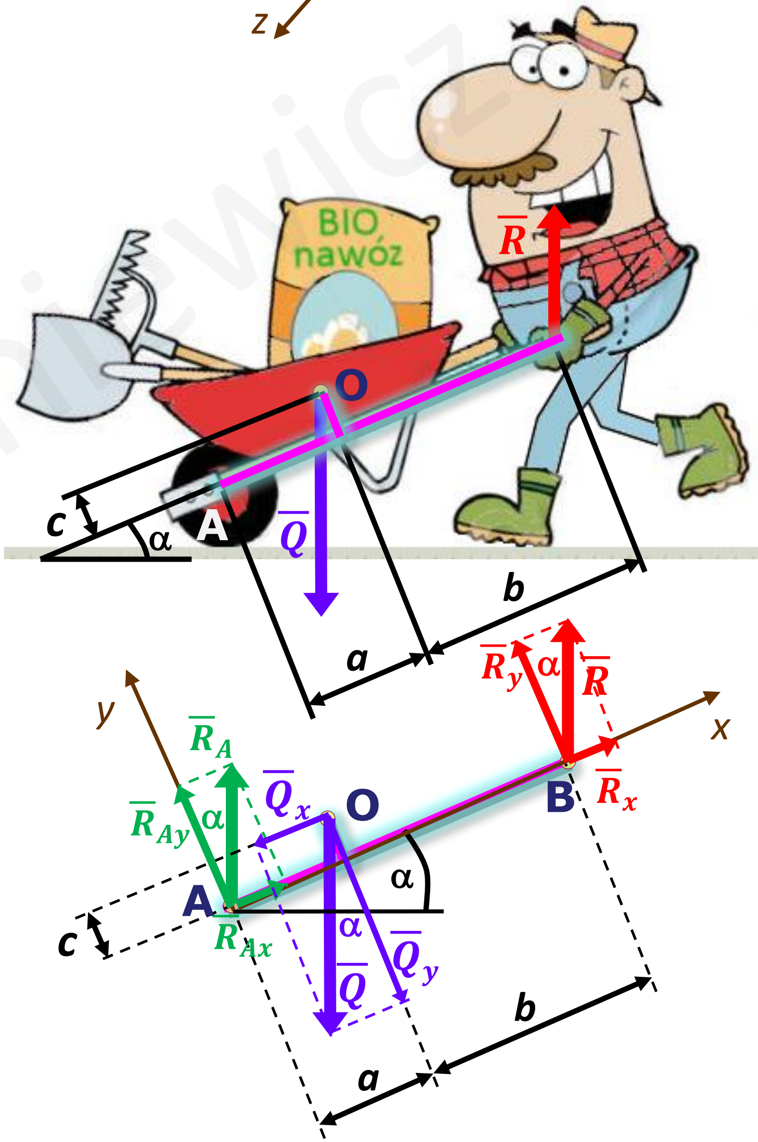


Przykład 3.2:

Jaki maksymalny ciężar **Q** może załadować na taczki ogrodnik, jeżeli na jego ręce może działać co najwyżej siła ***R***. Ciężar własny taczek pominąć.

Dane:
$R = 400$ N
$a = 0.5$ m, $b = 1$ m,
c = 0.1 m, $\alpha = 30^o$

Szukane:
$Q=?$



Sposób 1:

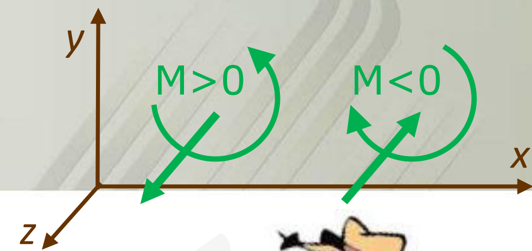
$$\sum_{i=1}^{n} M_{iA} = 0 \Rightarrow \quad -Q_y \cdot a + R_y \cdot (a+b) + Q_x \cdot c = 0$$

$$Q_y = Q \cdot \cos\alpha \qquad Q_x = Q \cdot \sin\alpha \qquad R_y = R \cdot \cos\alpha$$

$$-Q \cdot \cos\alpha \cdot a + R \cdot \cos\alpha \cdot (a+b) + Q \cdot \sin\alpha \cdot c = 0$$

$$\Rightarrow \quad Q = \frac{R \cdot \cos\alpha \cdot (a+b)}{a \cdot \cos\alpha - c \cdot \sin\alpha} = \frac{400 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (1+0.5)}{0.5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 0.1 \cdot 0.5}$$

$$\underline{Q = 1356.6\ N}$$

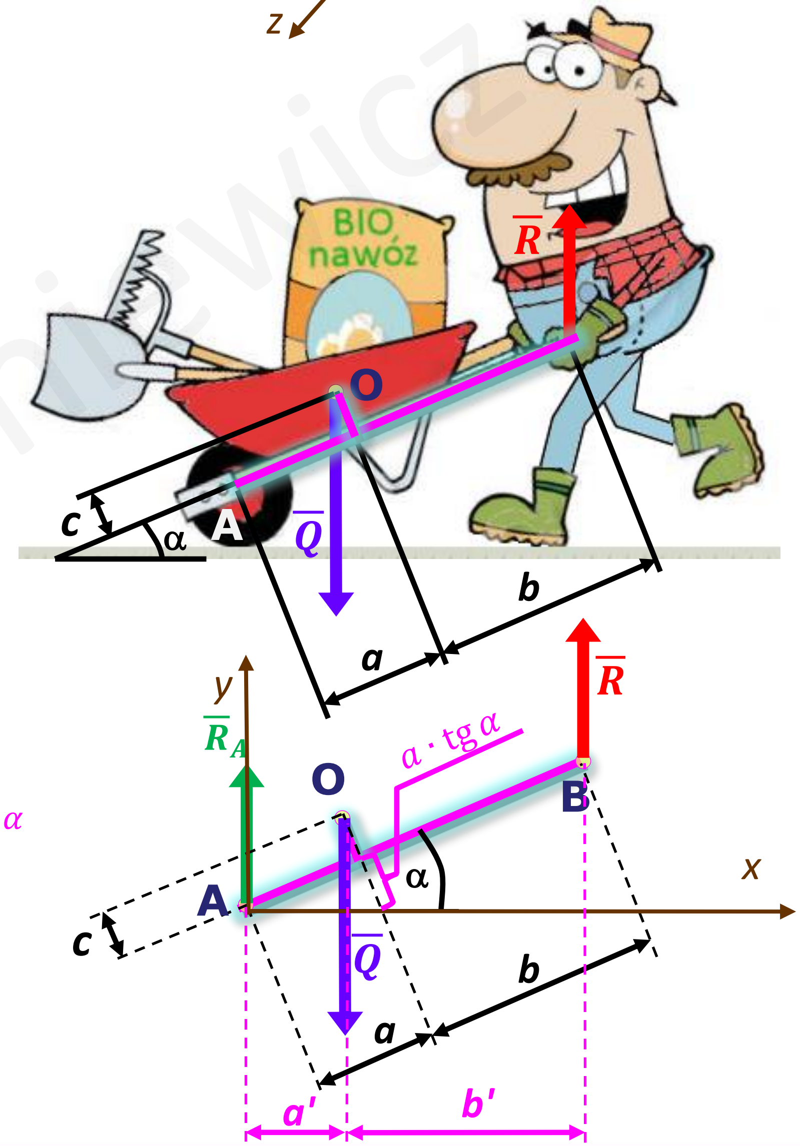


Przykład 3.2:

Jaki maksymalny ciężar **Q** może załadować na taczki ogrodnik, jeżeli na jego ręce może działać co najwyżej siła ***R***. Ciężar własny taczek pominąć.

<u>Dane:</u>
R = 400 N
a = 0.5 m, b = 1 m,
c = 0.1 m, α = 30°

<u>Szukane:</u>
Q=?



Sposób 2:

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iA} = 0 \Rightarrow \quad -\boldsymbol{Q}\cdot\boldsymbol{a'} + \boldsymbol{R}\cdot(\boldsymbol{a'}+\boldsymbol{b'}) = \boldsymbol{0}$$

$$(a'+b') = (a+b)\cdot\cos\alpha$$

$$a' = \frac{a}{\cos\alpha} - (c + a\cdot\tan\alpha)\cdot\sin\alpha$$

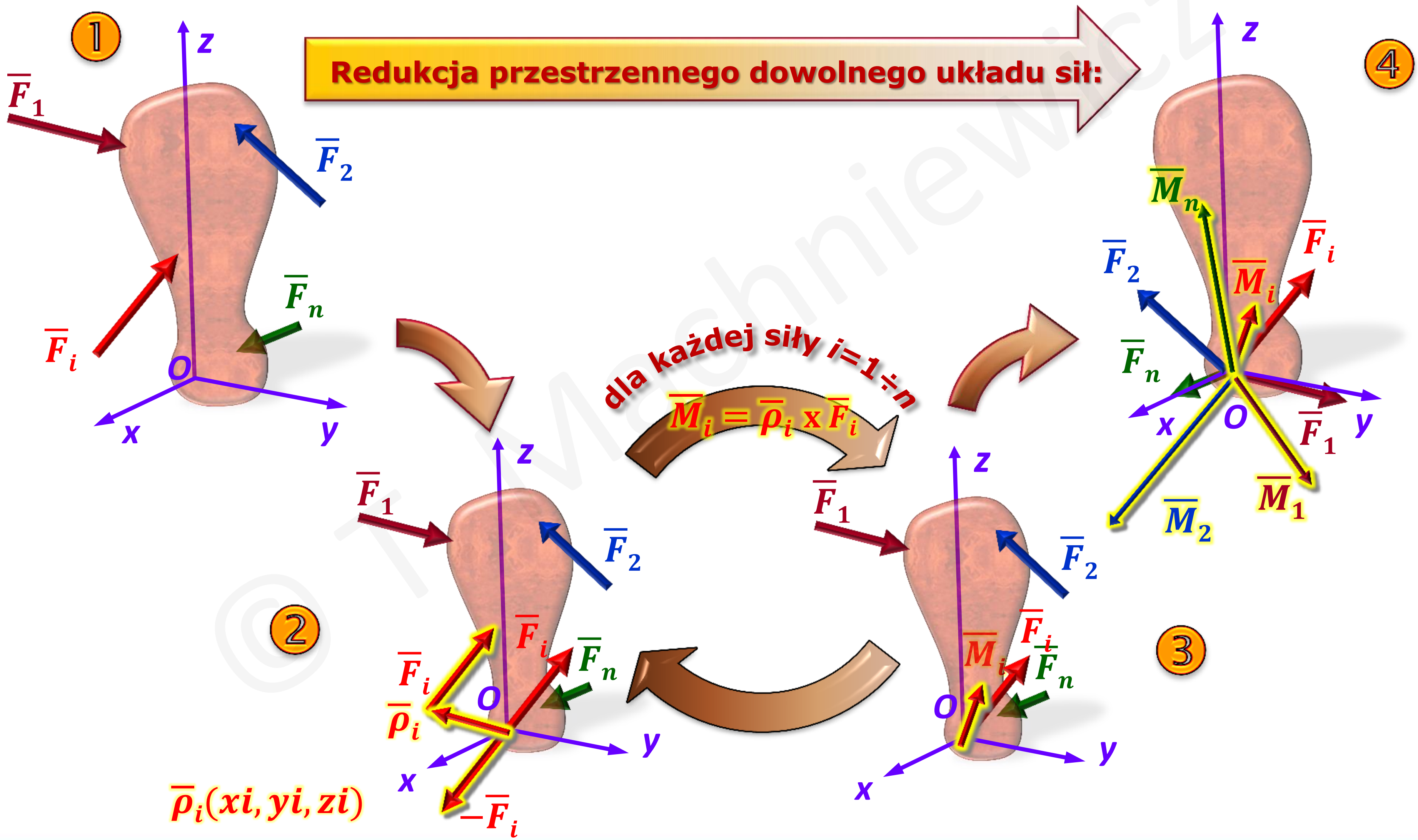
$$a' = \frac{a}{\cos\alpha} - a\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha} - c\cdot\sin\alpha \Rightarrow a' = \frac{a}{\cos\alpha}(1-\sin^2\alpha) - c\cdot\sin\alpha$$

$$a' = a\cos\alpha - c\cdot\sin\alpha$$

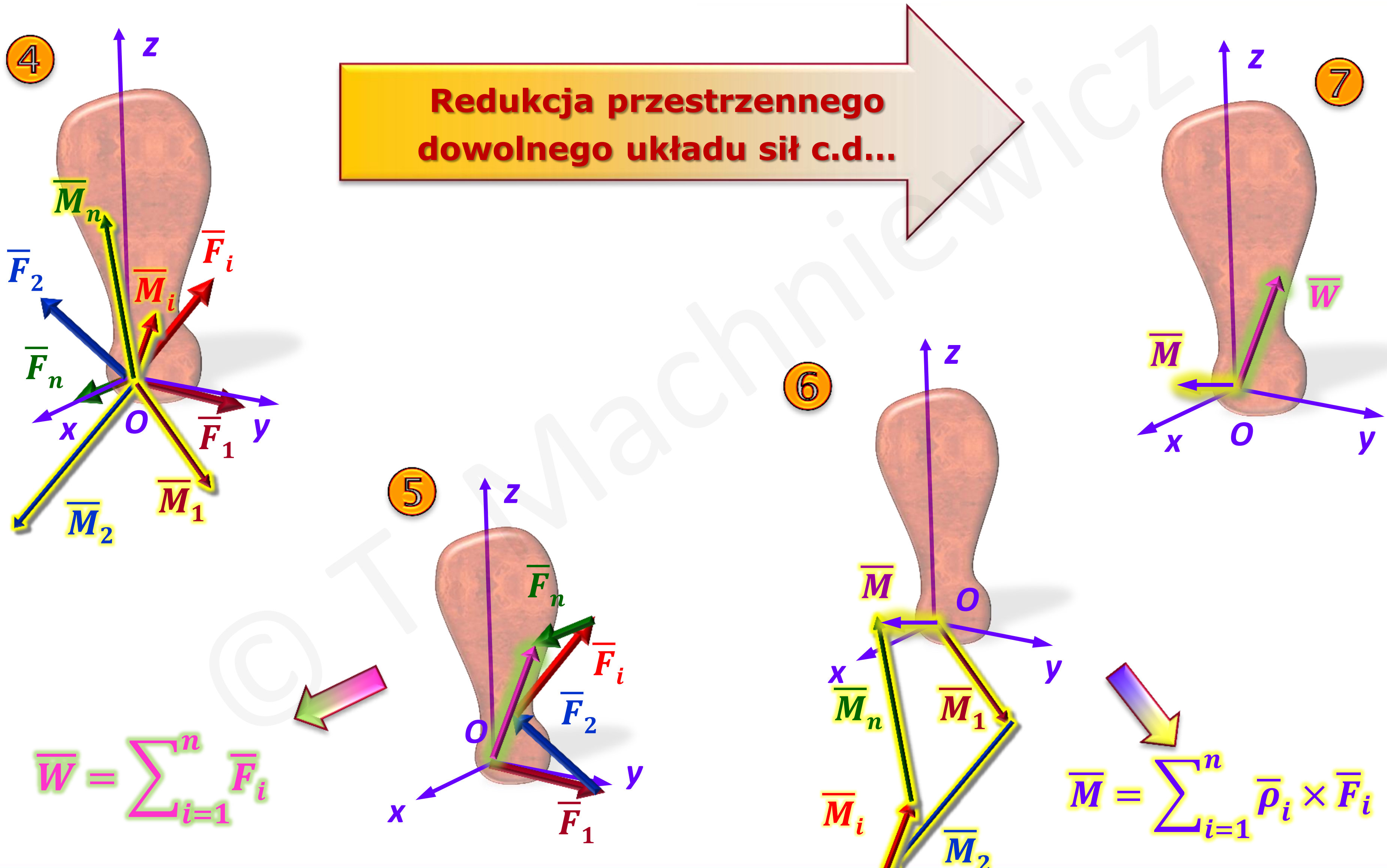
$$-\boldsymbol{Q}\cdot(a\cdot\cos\alpha - c\cdot\sin\alpha) + \boldsymbol{R}\cdot(a+b)\cdot\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{Q} = \frac{\boldsymbol{R}\cdot\cos\alpha\cdot(a+b)}{a\cdot\cos\alpha - c\cdot\sin\alpha} = \mathbf{1356.6}\ \boldsymbol{N}$$

Przestrzenny dowolny układ sił – układ sił nie leżących w jednej płaszczyźnie



3.2. Przestrzenny dowolny układ sił - redukcja



$$\overline{W} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i$$

$$\overline{M} = \sum_{i=1}^{n} \overline{\rho}_i \times \overline{F}_i$$

3.2. Przestrzenny dowolny układ sił - redukcja

Redukcja przestrzennego dowolnego układu sił - opis:

①	Ciało sztywne obciążone jest dowolnym układem *n* sił $\overline{F}_i$ (F_{ix}, F_{iy}, F_{iz}) zaczepionych odpowiednio w punktach (x_i, y_i, z_i)
②	Dla każdej z sił $\overline{F}_i$ przykładamy w początku układu współrzędnych (tj. biegunie redukcji „O") dwójkę zerową utworzoną z sił $\overline{F}_i$ i $-\overline{F}_i$. Otrzymujemy w ten sposób siłę $\overline{Fi}$ przyłożoną w biegunie redukcji oraz parę sił utworzoną z siły $-\overline{F}_i$ oraz oryginalnie przyłożonej siły $\overline{F}_i$ działającej względem bieguna na ramieniu $\overline{\rho}_i(xi, yi, zi)$.
③	Parę sił zastępujemy zaczepionym w biegunie „O" wektorem momentu $\overline{M}_i = \overline{\rho}_i \times \overline{F}_i$
④	W rezultacie otrzymujemy pęk ***n*** sił $\overline{F}_i$ (F_{ix}, F_{iy}, F_{iz}) zepionych w biegunie redukcji oraz pęk momentów sił $\overline{M}_i$
⑤	***n*** sił $\overline{F}_i$ zastępujemy ***wektorem głównym***: $\overline{W} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i$
⑥	***n*** wektorów momentów $\overline{M}_i$ zastępujemy ***momentem głównym***: $\overline{M} = \sum_{i=1}^{n} \overline{\rho}_i \times \overline{F}_i$
⑦	W ten sposób przestrzenny dowolny układ sił zredukowano do działania jednej siły wypadkowej (***wektora głównego***) i jednego wypadkowego wektora momentu sił (***momentu głównego***)

3.2. Przestrzenny dowolny układ sił - redukcja

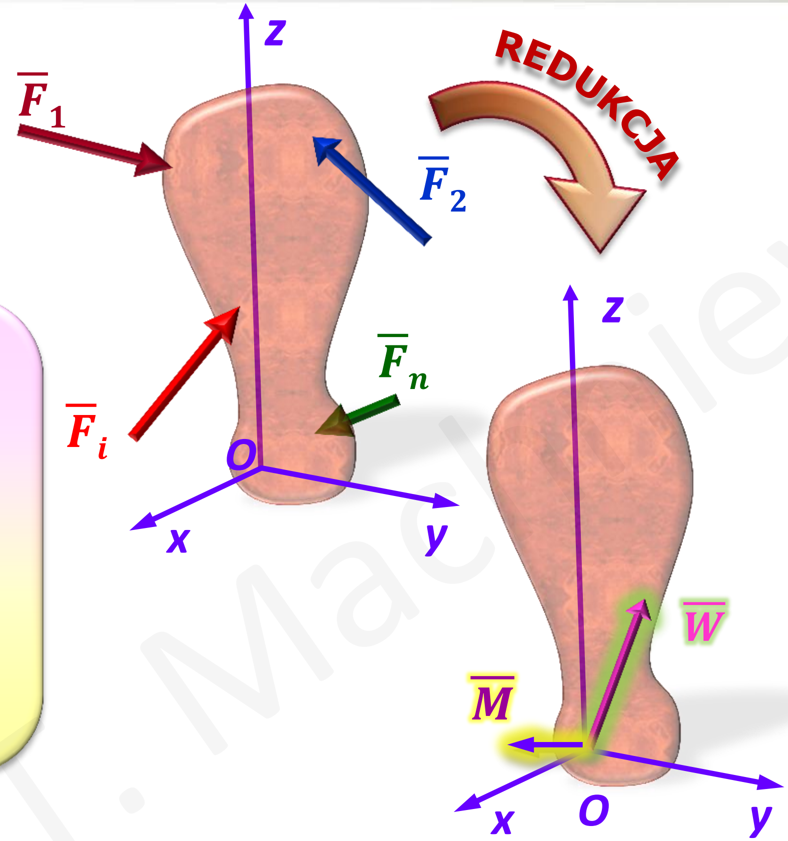
$$\overline{W} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i$$

$$\overline{W}(W_x, W_y, W_z)$$

$$W_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix}$$

$$W_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy}$$

$$W_z = \sum_{i=1}^{n} F_{iz}$$



$$\overline{M} = \sum_{i=1}^{n} M_i$$

$$\overline{M}(M_x, M_y, M_z)$$

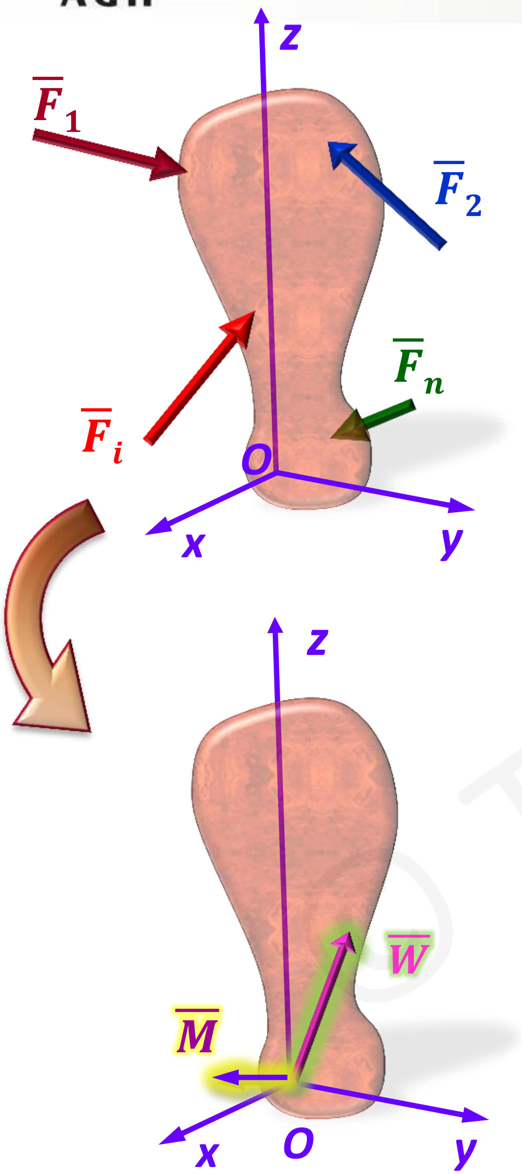
$$M_x = \sum_{i=1}^{n} M_{ix}$$

$$M_y = \sum_{i=1}^{n} M_{iy}$$

$$M_z = \sum_{i=1}^{n} M_{iz}$$

$$\overline{M}_i(\overline{F}_i) = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x_i & y_i & z_i \\ F_{ix} & F_{iy} & F_{iz} \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} M_{ix} = F_{iz} y_i - F_{iy} z_i \\ M_{iy} = F_{ix} z_i - F_{iz} x_i \\ M_{iz} = F_{iy} x_i - F_{ix} y_i \end{cases}$$

3.3. Przestrzenny dowolny układ sił – warunki równowagi



Warunki równowagi:

a) w zapisie wektorowym:

$$\overline{W} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i = 0 \qquad \overline{M}_O = \sum_{i=1}^{n} \overline{M}_i = 0$$

b) w ujęciu analitycznym:

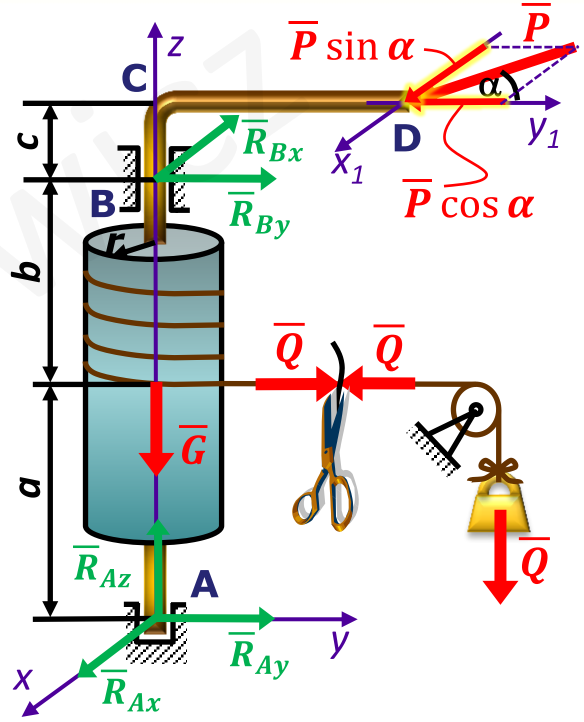
$$W_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0 \qquad M_x = \sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0$$

$$W_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0 \qquad M_y = \sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0$$

$$W_z = \sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0 \qquad M_z = \sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0$$

Przykład 3.3:

Określić poziomą siłę ***P*** przyłożoną do dźwigni walca **CD** oraz reakcje w łożyskach **A** i **B** , gdy podnoszony ciężar ***Q*=500 N**, ciężar bębna wynosi ***G*=200 N**, jego promień ***r*=10 cm**, ***a*=25 cm**, ***b*=35 cm**, ***c*=15 cm**, **|CD|=*l*=50 cm**.



Dane:
***Q*=500 N, *G*=200 N, *r*=10 cm, *a*=25 cm,**
***b*=35 cm, *c*=15 cm, |CD|=*l*=50 cm, α=60°**

Szukane:
***P*=?, R_A=?, R_B=?**

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Ax} - R_{Bx} + P\sin\alpha = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Ay} + R_{By} - P\cos\alpha + Q = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Az} - G = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0 \quad \Rightarrow \quad -Qa - R_{By}(a+b) + P\cos\alpha\,(a+b+c) = 0$$

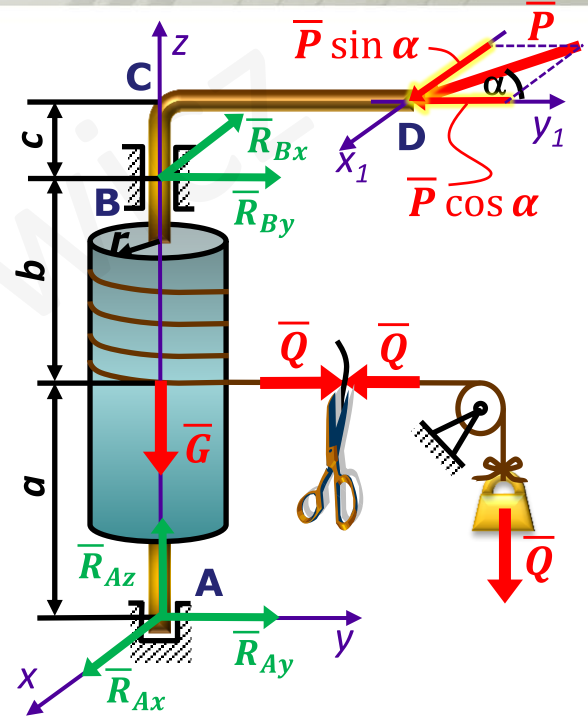
$$\sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0 \quad \Rightarrow \quad -R_{Bx}(a+b) + P\sin\alpha\,(a+b+c) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0 \quad \Rightarrow \quad Q\cdot r - P\sin\alpha\cdot l = 0$$

Przykład 3.3:

<u>Dane:</u>
Q=500 N, G=200 N, r=10 cm, a=25 cm,
b=35 cm, c=15 cm, |CD|=l=50 cm, α=30°

<u>Szukane:</u>
P=?, R_A=?, R_B=?



$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Ax} - R_{Bx} + P\sin\alpha = 0$$

$$\Rightarrow R_{Ax} = -P\sin\alpha + R_{Bx} = 25\ N$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_{By} - P\cos\alpha + Q = 0$$

$$\Rightarrow R_{Ay} = P\cos\alpha - Q - R_{By} = -334.96\ N \Rightarrow$$

Zwrot $\overline{R}_{Ay}$ przeciwny do założonego

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0 \Rightarrow R_{Az} - G = 0 \Rightarrow R_{Az} = G = 200\ N$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0 \Rightarrow -Qa - R_{By}(a+b) + P\cos\alpha\,(a+b+c) = 0$$

$$\Rightarrow R_{By} = \frac{P\cos\alpha\,(a+b+c) - Qa}{a+b} = \frac{200\cdot 0.866\cdot(25+35+15) - 500\cdot 25}{25+35} = 8.17\ N$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0 \Rightarrow -R_{Bx}(a+b) + P\sin\alpha\,(a+b+c) = 0 \Rightarrow R_{Bx} = \frac{P\sin\alpha\,(a+b+c)}{a+b} = 125\ N$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0 \Rightarrow Q\cdot r - P\sin\alpha\cdot l = 0 \Rightarrow P = \frac{Q\cdot r}{\sin\alpha\cdot l} = \frac{500\cdot 10}{0.5\cdot 50} = 200\ N$$

Przykład 3.3:

Dane:
Q=500 N, G=200 N, r=10 cm, a=25 cm,
b=35 cm, c=15 cm, |CD|=l=50 cm, $\alpha=30^{o}$

Szukane:
P=?, R_A=?, R_B=?

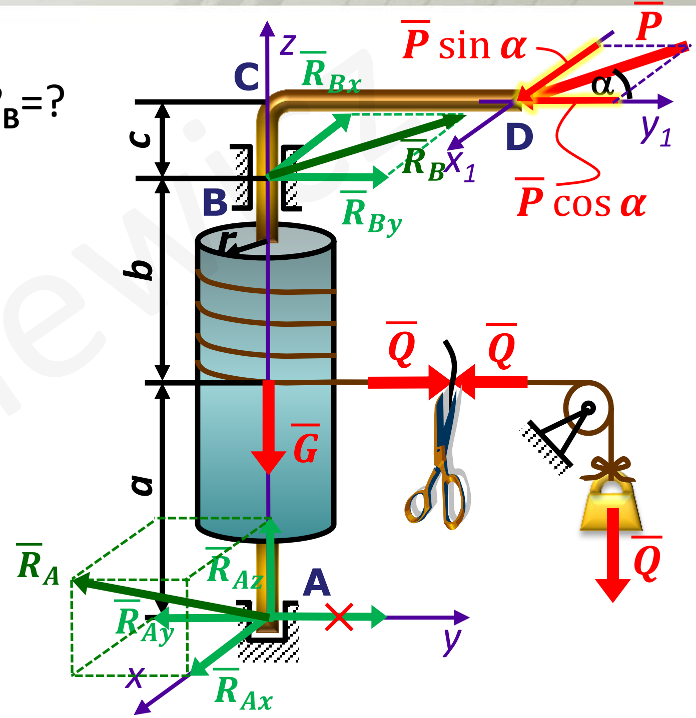
$R_{Ax} = 25\ N$

$R_{Ay} = -334.96\ N$ Zwrot $\overline{R}_{Ay}$ przeciwny do założonego

$R_{Az} = 200\ N$

$R_{Bx} = 125\ N$

$R_{By} = 8.17\ N$



$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{25^2 + 334.96^2 + 200^2} = 390.92\ N$$

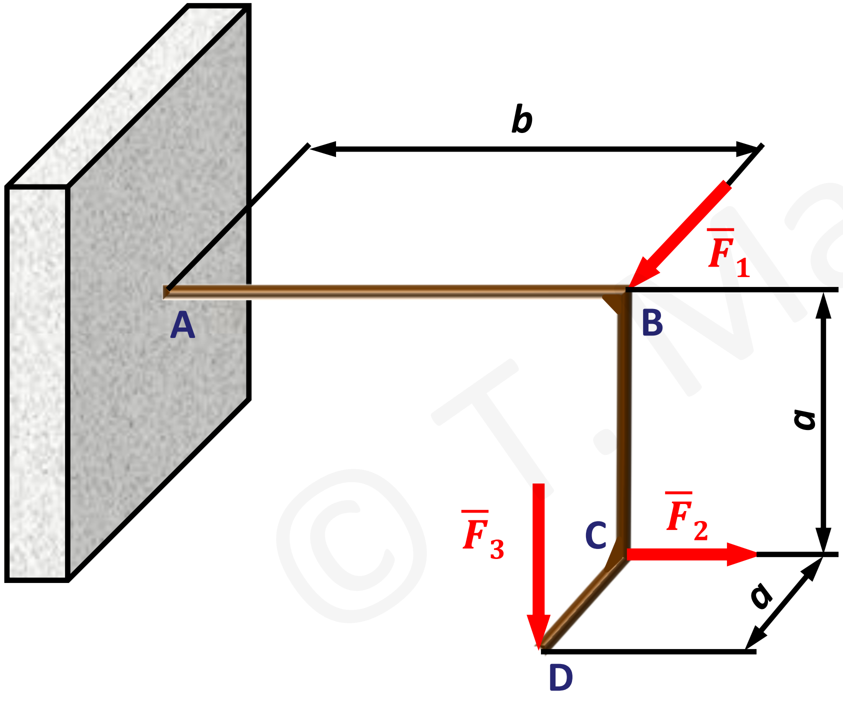
$$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{125^2 + 8.17^2} = 125.26\ N$$

Przykład 3.4:

Ramę jak na rysunku utwierdzoną w punkcie A obciążono siłami: $\overline{\boldsymbol{F}}_1$, $\overline{\boldsymbol{F}}_2$, $\overline{\boldsymbol{F}}_3$.
Wyznaczyć reakcje w utwierdzeniu.

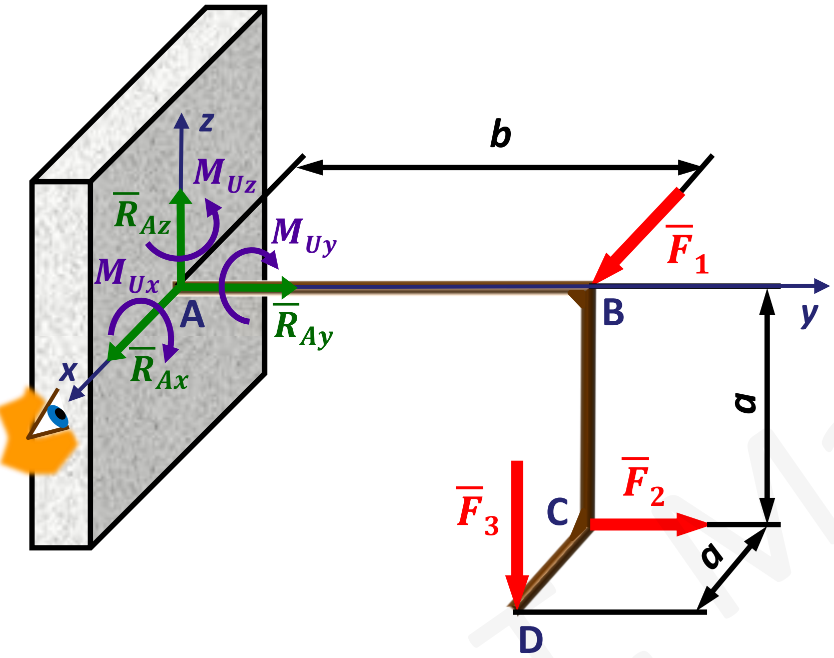
Dane: F_1=100 N, F_2=200 N, F_3=400 N, a=1 m, b=2 m,

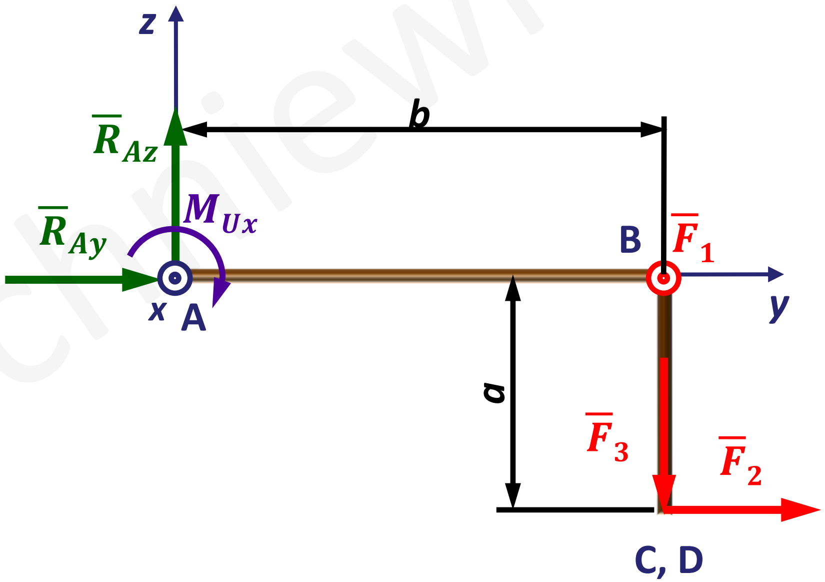
szukane: $\overline{\boldsymbol{R}}_A$ (R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az}), $\overline{\boldsymbol{M}}_U$ (M_{Ux}, M_{Uy}, M_{Uz})



Przykład 3.4:

Dane: F_1=100 N, F_2=200 N, F_3=400 N, a=1 m, b=2 m, szukane: $\overline{R}_A\ (R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az})$, $\overline{M}_U\ (M_{Ux}, M_{Uy}, M_{Uz})$





1) $\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0 \quad \Rightarrow R_{Ax} + F_1 = 0$

2) $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0 \quad \Rightarrow R_{Ay} + F_2 = 0$

3) $\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0 \quad \Rightarrow R_{Az} - F_3 = 0$

4) $\sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Ux} + F_2 a - F_3 b = 0$

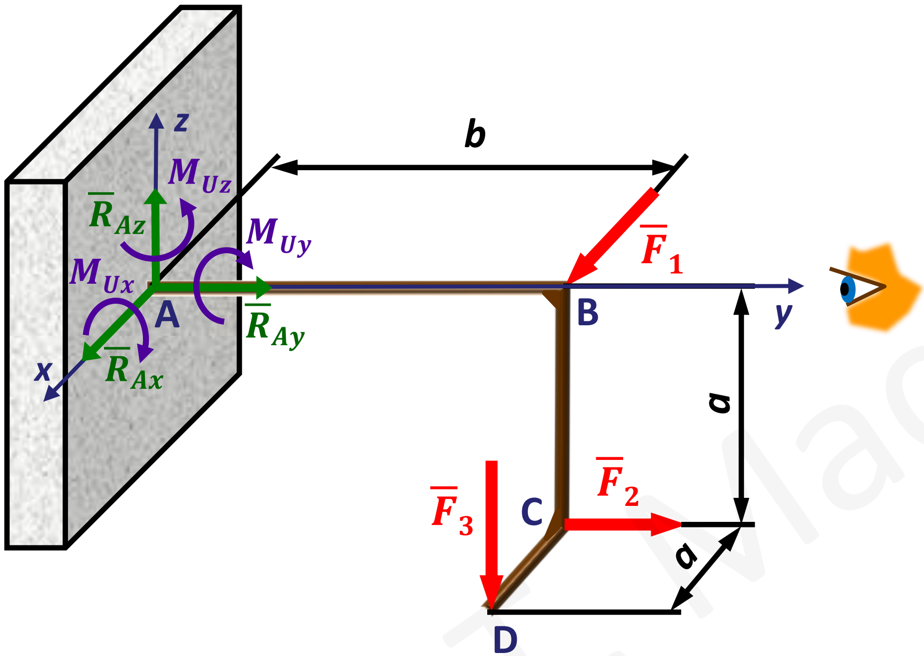
5) $\sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0$

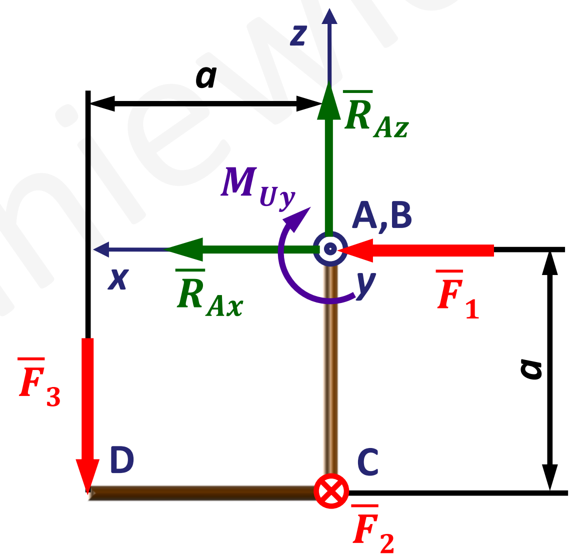
6) $\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0$

3.3. Przestrzenny dowolny układ sił – równowaga

Przykład 3.4:

<u>Dane:</u> F_1=100 N, F_2=200 N, F_3=400 N, a=1 m, b=2 m, <u>szukane:</u> $\overline{R}_A\ (R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az}),\ \overline{M}_U\ (M_{Ux}, M_{Uy}, M_{Uz})$





1) $\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0 \quad \Rightarrow R_{Ax} + F_1 = 0$

2) $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0 \quad \Rightarrow R_{Ay} + F_2 = 0$

3) $\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0 \quad \Rightarrow R_{Az} - F_3 = 0$

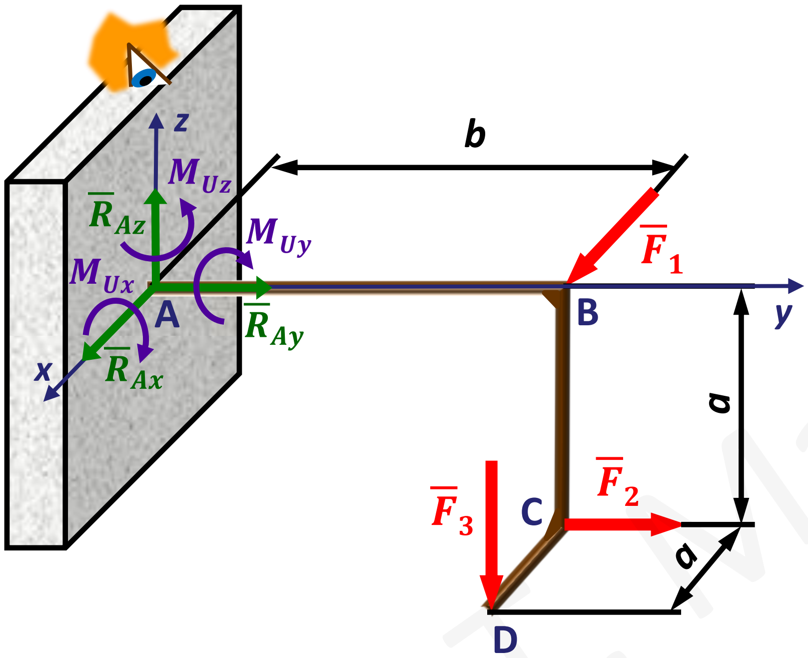
4) $\sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Ux} + F_2 a - F_3 b = 0$

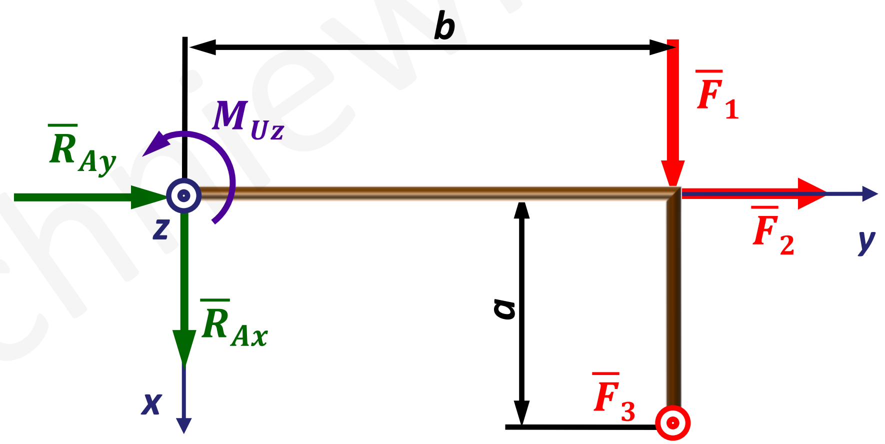
5) $\sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Uy} + F_3 a = 0$

6) $\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0$

Przykład 3.4:

Dane: F_1=100 N, F_2=200 N, F_3=400 N, a=1 m, b=2 m, szukane: $\overline{R}_A\ (R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az}), \overline{M}_U\ (M_{Ux}, M_{Uy}, M_{Uz})$





1) $\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0 \quad \Rightarrow R_{Ax} + F_1 = 0$

2) $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0 \quad \Rightarrow R_{Ay} + F_2 = 0$

3) $\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0 \quad \Rightarrow R_{Az} - F_3 = 0$

4) $\sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Ux} + F_2 a - F_3 b = 0$

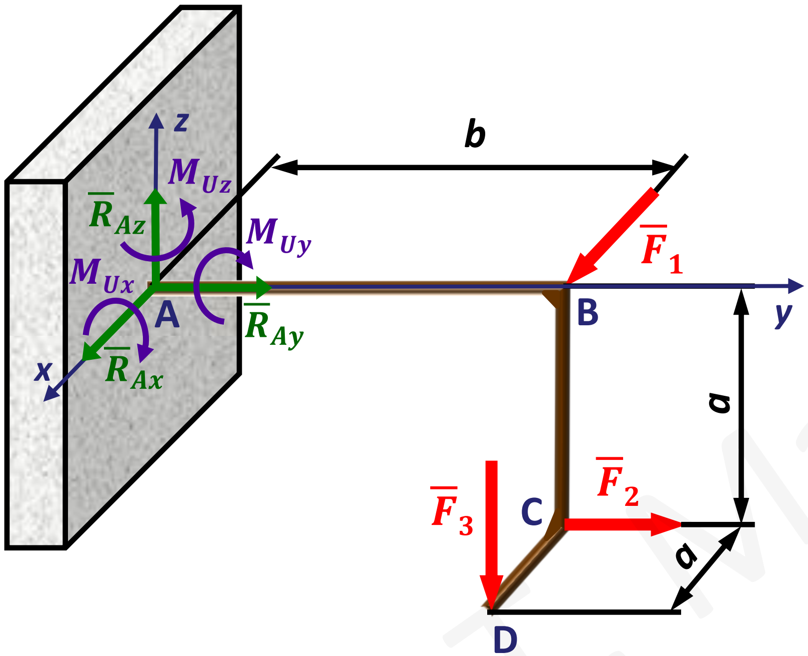
5) $\sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Uy} + F_3 a = 0$

6) $\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0 \quad \Rightarrow M_{Uz} - F_1 b = 0$

Przykład 3.4:

<u>Dane:</u> F_1=100 N, F_2=200 N, F_3=400 N, a=1 m, b=2 m,

<u>szukane:</u> $\overline{R}_A\ (R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az}),\ \overline{M}_U\ (M_{Ux}, M_{Uy}, M_{Uz})$



1) $\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Ax} + F_1 = 0$

2) $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Ay} + F_2 = 0$

3) $\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Az} - F_3 = 0$

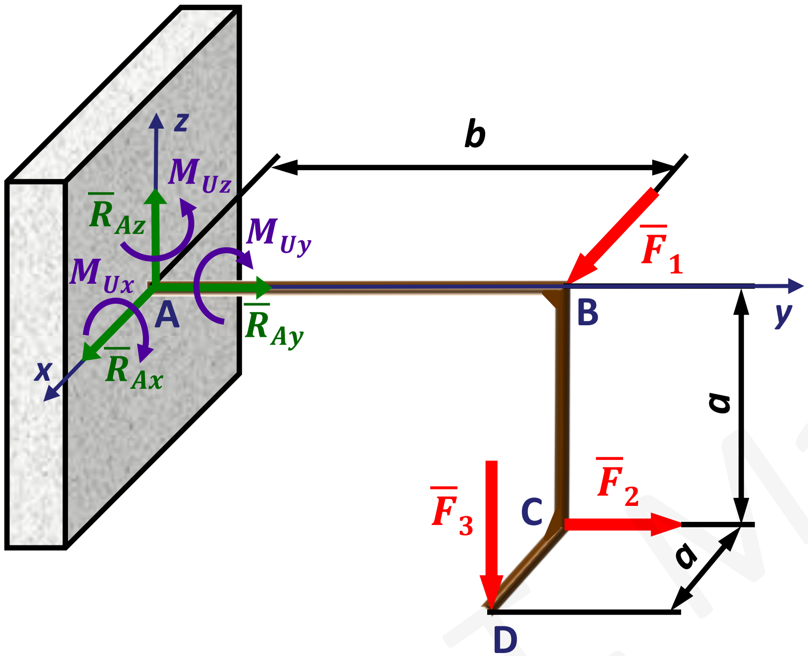
4) $\sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Ux} + F_2 a - F_3 b = 0$

5) $\sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Uy} + F_3 a = 0$

6) $\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{Uz} - F_1 b = 0$

Przykład 3.4:

Dane: F_1=100 N, F_2=200 N, F_3=400 N, a=1 m, b=2 m, szukane: $\overline{R}_A\,(R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az})$, $\overline{M}_U\,(M_{Ux}, M_{Uy}, M_{Uz})$



1) $\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Ax} + F_1 = 0$

2) $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Ay} + F_2 = 0$

3) $\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Az} - F_3 = 0$

4) $\sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Ux} + F_2 a - F_3 b = 0$

5) $\sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Uy} + F_3 a = 0$

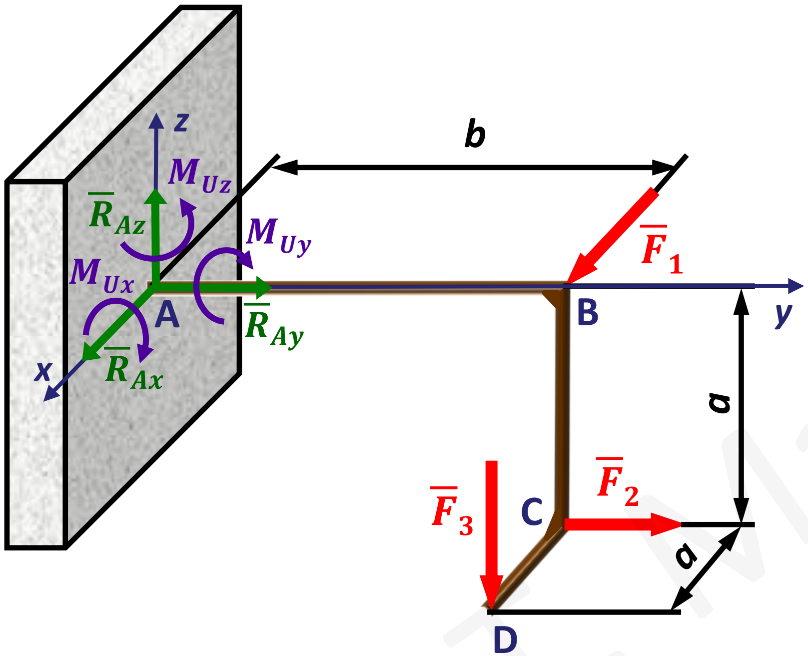
6) $\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{Uz} - F_1 b = 0$

1) $\Rightarrow R_{Ax} = -F_1 = -200\ N$

Zwrot siły R_{Ax} jest przeciwny do założonego

Przykład 3.4:

<u>Dane:</u> F_1=100 N, F_2=200 N, F_3=400 N, a=1 m, b=2 m, <u>szukane:</u> $\overline{R}_A\,(R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az})$, $\overline{M}_U\,(M_{Ux}, M_{Uy}, M_{Uz})$



2) $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Ay} + F_2 = 0$

3) $\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Az} - F_3 = 0$

4) $\sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Ux} + F_2 a - F_3 b = 0$

5) $\sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Uy} + F_3 a = 0$

6) $\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{Uz} - F_1 b = 0$

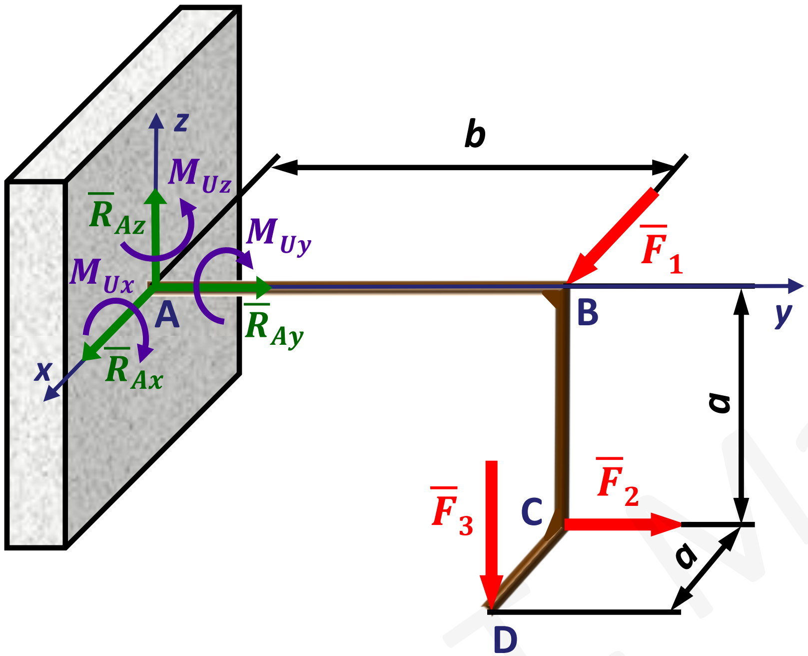
1) $\Rightarrow R_{Ax} = -100\ N$

2) $\Rightarrow R_{Ay} = -F_2 = -200\ N$

Zwrot siły R_{Ay} jest przeciwny do założonego

Przykład 3.4:

Dane: F_1=100 N, F_2=200 N, F_3=400 N, a=1 m, b=2 m, szukane: $\overline{R}_A\ (R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az})$, $\overline{M}_U\ (M_{Ux}, M_{Uy}, M_{Uz})$



3) $\sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Az} - F_3 = 0$

4) $\sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Ux} + F_2 a - F_3 b = 0$

5) $\sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Uy} + F_3 a = 0$

6) $\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{Uz} - F_1 b = 0$

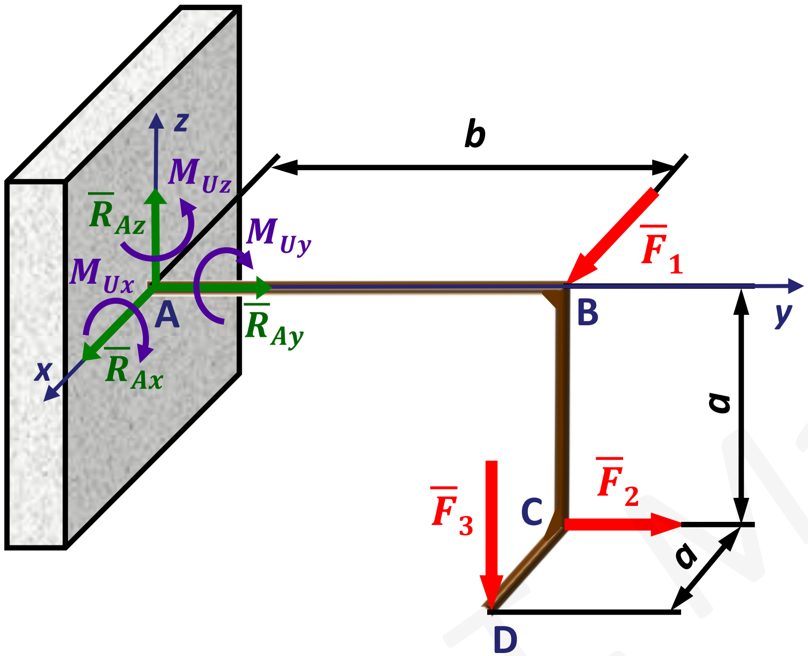
1) $\Rightarrow R_{Ax} = -100\ N$

2) $\Rightarrow R_{Ay} = -200\ N$

3) $\Rightarrow R_{Az} = F_3 = 400\ N$

Przykład 3.4:

Dane: F_1=100 N, F_2=200 N, F_3=400 N, a=1 m, b=2 m, szukane: $\overline{R}_A\ (R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az})$, $\overline{M}_U\ (M_{Ux}, M_{Uy}, M_{Uz})$



4) $\sum_{i=1}^{n} M_{ix} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Ux} + F_2 a - F_3 b = 0$

5) $\sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0 \quad \Rightarrow -M_{Uy} + F_3 a = 0$

6) $\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{Uz} - F_1 b = 0$

1) $\Rightarrow R_{Ax} = -100\ N$

2) $\Rightarrow R_{Ay} = -200\ N$

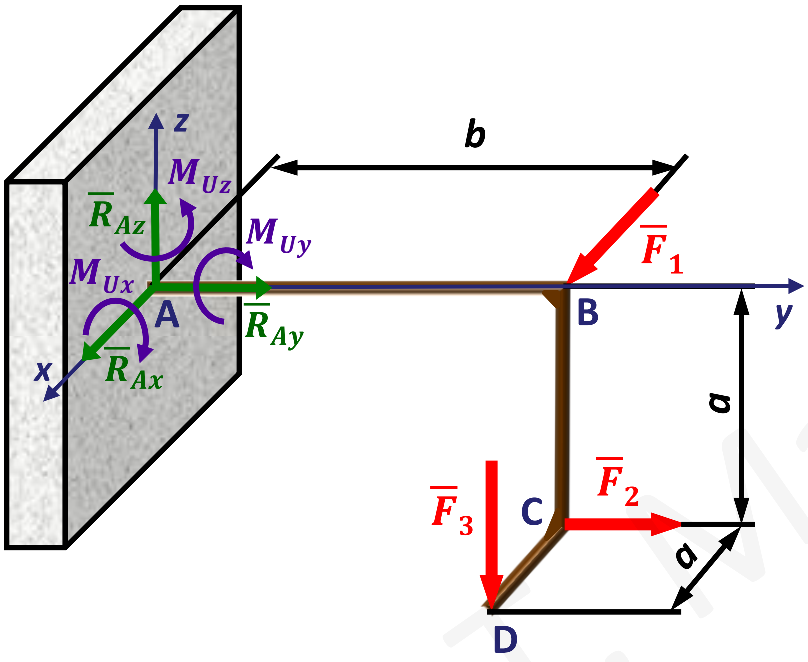
3) $\Rightarrow R_{Az} = 400\ N$

4) $\Rightarrow M_{Ux} = F_2 a - F_3 b = -600\ Nm$

Kierunek obrotu momentu M_{Ux} jest przeciwny do założonego

Przykład 3.4:

Dane: F_1=100 N, F_2=200 N, F_3=400 N, a=1 m, b=2 m, szukane: $\overline{R}_A\ (R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az})$, $\overline{M}_U\ (M_{Ux}, M_{Uy}, M_{Uz})$



5) $\sum_{i=1}^{n} M_{iy} = 0 \Rightarrow -M_{Uy} + F_3 a = 0$

6) $\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0 \Rightarrow M_{Uz} - F_1 b = 0$

1) $\Rightarrow R_{Ax} = -100\ N$

2) $\Rightarrow R_{Ay} = -200\ N$

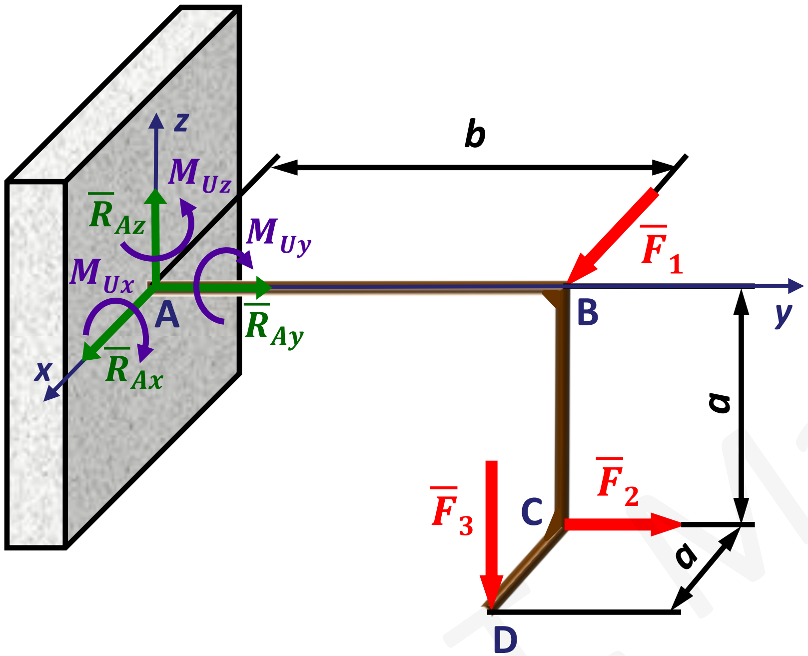
3) $\Rightarrow R_{Az} = 400\ N$

4) $\Rightarrow M_{Ux} = -600\ Nm$

5) $\Rightarrow M_{Uy} = F_3 a = 400\ Nm$

Przykład 3.4:

Dane: F_1=100 N, F_2=200 N, F_3=400 N, a=1 m, b=2 m, szukane: $\overline{R}_A\,(R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az})$, $\overline{M}_U\,(M_{Ux}, M_{Uy}, M_{Uz})$



6) $\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0 \;\Rightarrow\; M_{Uz} - F_1 b = 0$

1) $\Rightarrow R_{Ax} = -100\ N$

2) $\Rightarrow R_{Ay} = -200\ N$

3) $\Rightarrow R_{Az} = 400\ N$

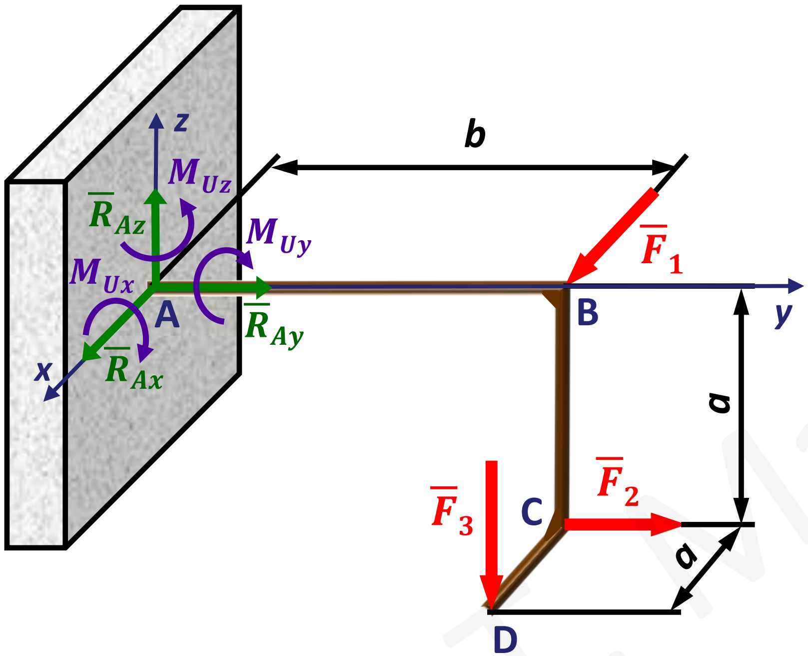
4) $\Rightarrow M_{Ux} = -600\ Nm$

5) $\Rightarrow M_{Uy} = 400\ Nm$

6) $\Rightarrow M_{Uz} = F_1 b = 200\ Nm$

Przykład 3.4:

Dane: F_1=100 N, F_2=200 N, F_3=400 N, a=1 m, b=2 m, szukane: $\overline{R}_A\ (R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az})$, $\overline{M}_U\ (M_{Ux}, M_{Uy}, M_{Uz})$



$$R_{Ax} = -100\ N$$

$$M_{Ux} = -600\ Nm$$

$$R_{Ay} = -200\ N$$

$$M_{Uy} = 400\ Nm$$

$$R_{Az} = 400\ N$$

$$M_{Uz} = 200\ Nm$$

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{100^2 + 200^2 + 400^2} = 458.26\ N$$

$$M_U = \sqrt{M_{Ux}^2 + M_{Uy}^2 + M_{Uz}^2} = \sqrt{600^2 + 400^2 + 200^2} = 748.33\ Nm$$